# Identifikation instabiler, unteraktuierter System mit nicht-linearem dynamischen Verhalten

Marian Göllner<sup>1\*</sup>, Sven Jacobitz<sup>1</sup>, Roberto Ferrara<sup>1</sup>, Xiaobo Liu-Henke<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut für Mechatronik, Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften, Salzdahlumer Str. 46/48, 38302 Wolfenbüttel; \**mar.goellner@ostfalia.de* 

Abstract. Der vorliegende Beitrag befasst sich mit der Identifikation und Regelung instabiler, unteraktuierten Systeme mit nicht-linearem dynamischen Verhalten. Diese Systeme sind aufgrund ihrer Instabilität und nichtlinearen Reaktionen auf herkömmliche Regelungstechniken eine besondere Herausforderung für präzise Modellierung und effektive Steuerung. Zur Adressierung dieser Probleme entwickelten wir ein methodisches, modellbasiertes Vorgehen unter Einsatz von Rapid Control Prototyping (RCP), das auf physikalischen Modellen basiert und die Prozesse Model-in-the-Loop (MiL), Software-inthe-Loop (SiL) und Hardware-in-the-Loop (HiL) integriert. Der methodische Rahmen umfasst die Identifikation der Systemdynamik durch messdatenbasierte Ansätze und die Verifikation der Modelle zur Sicherstellung ihrer Genauigkeit. Durch Anwendung dieser Modelle auf das spezifische Beispiel des S-Mobile, einem hochdynamischen Intralogistiksystem mit sphärischem Elektroantrieb, demonstrieren wir die Effektivität des Ansatzes. Die Ergebnisse zeigen eine verbesserte Modellgenauigkeit und eine robuste Steuerung des Systems, was dessen potenzielle Anwendbarkeit in ähnlich komplexen technischen Systemen unterstreicht.

# **Einleitung und Problemstellung**

Die Modellierung und Regelung von intelligenten dynamischen Systemen stellt einen fundamentalen Aspekt der modernen Ingenieurswissenschaften dar. Besonders herausfordernd wird diese Aufgabe, wenn es um instabile, unteraktuierte Systeme mit nicht-linearem Verhalten geht [1]. Solche Systeme finden sich in einer Vielzahl von Anwendungen, von Robotik bis hin zu Energieübertragungssystemen, und erfordern präzise und zuverlässige Modelle für eine effektive Systemauslegung.

In der modernen Regelungstechnik sind die eingesetzten Modelle von entscheidender Bedeutung. Sie dienen nicht nur zur Systemauslegung, sondern sind integraler Bestandteil der Reglerfunktionen. Fehlende Genauigkeit in der Modellbildung kann zu suboptimaler Leistung und sogar zum Versagen des Systems führen. Daher ist die Identifikation der Systemdynamik, insbesondere bei nicht-linearen und unteraktuierter Systemen, eine zentrale Herausforderung. Diese Systeme zeichnen sich durch ihre Tendenz aus, auf konventionelle Regelungsmethoden mit unvorhersehbarem oder instabilem Verhalten zu reagieren.

Die folgende Abbildung 1 zeigt ein solches System, den Funktionsträger S-Mobile, der als hochdynamisches Intralogistiksystem mit sphärischem Elektroantrieb ausgelegt ist. Er besteht aus einem Aufbau der über rotationssymmetrisch angeordnete Aktuatoren mittels Allseitenrädern auf einer Kugel balanciert wird. Primäres Problem ist die Identifikation und Validierung des Streckenmodells, als integraler Bestandteil des Regelkonzeptes (vgl. [2]). Entsprechend hoch sind die Anforderungen an die Modellierungsgüte.



Abbildung 1: Funktionsträger S-Mobile als beispielhafte nicht-lineare, instabile Strecke.

### 1 Methodik

Für die Entwicklung komplexer cyber-physischer Systeme ist ein methodisches, modellbasiertes Vorgehen unerlässlich [3]. Hierbei hat sich das ganzheitliche, durchgängige, verifikationsorientierte Rapid Control Prototyping (RCP) durchgesetzt. Kern ist ein auf physikalischen Ansätzen basierendes White-Box-Modell des zu regelnden Systems sowie die Prozesse Modelin-the-Loop (MiL), Software-in-the-Loop (SiL) und Hardware-in-the-Loop (HiL). Die Korrektheit des eingesetzten Modells ist demnach eine wesentliche Voraussetzung für eine effiziente Entwicklung und valide Entwicklungsergebnisse. Daher sind die Modellidentifikation und -verifikation Kernbestandteile des Modellbildungsprozesses [4].

Abbildung 2 illustriert den hierfür angewendeten allgemeinen messdatenbasierten Identifikationsprozess in Anlehnung an [5]. Anhand der Aufgabenstellung und den Anforderungen sowie den a-priori-Kenntnissen über das System erfolgt zunächst die Planung der Messungen sowie eine initiale Schätzung der Parameter des theoretischen Modells. Die Differenz aus Mess- und Simulationsergebnissen  $\varepsilon$  dient als Eingang für eine Optimierungsfunktion zur Parameterberechnung. Während der Modellverifikation erfolgt die Beurteilung, ob das reale Verhalten mit hinreichender Genauigkeit abgebildet wird. Ist dies der Fall, steht das endgültige Modell fest. Ansonsten erfolgt eine Anpassung des theoretischen Modells beispielsweise durch Erhöhung der Modellierungstiefe.

# 2 Stand des Wissen

Identifikation in der Regelungstechnik bezieht sich auf die experimentelle Bestimmung des zeitlichen Verhaltens eines Prozesses oder Systems durch Analyse gemessener Signale. Ziel ist es, das Systemverhalten innerhalb einer definierten Klasse mathematischer Modelle so genau wie möglich abzubilden, wobei die Fehler zwischen dem realen Prozess bzw. System und seinen mathematischen Modellen minimiert werden sollen. Die Herausforderung besteht darin, die Diskrepanz zwischen dem tatsächlichen Systemverhalten und seinem mathematischen Modell so gering wie möglich zu halten. Dabei nutzen Forscher und Ingenieure gemessene Eingangs- und Ausgangssignale, um die Systemdynamik zu charakterisieren und zu modellieren. Dieser Prozess ist entscheidend für die Entwicklung präzi-



Modellidentifikationsprozess.

ser und effizienter Steuerungs- und Regelungssysteme, besonders in technischen Bereichen wie der Robotik, Luft- und Raumfahrt und der industriellen Automatisierung, wo exakte Modelle für eine optimale Leistung unerlässlich sind [6].

#### 2.1 Klassifikation von Identifikationsmethoden

Identifikationsmethoden für dynamische Systeme lassen sich grundlegend nach ihrer Analysebasis in zwei Kategorien einteilen: Methoden im Zeitbereich und Methoden im Frequenzbereich [7]. Zeitbereichsmethoden nutzen Zeitreihendaten, um das dynamische Verhalten des Systems zu charakterisieren. Diese Methoden sind besonders nützlich, um nichtlineare Beziehungen zwischen Eingangs- und Ausgangssignalen zu modellieren [6].

Im Gegensatz dazu analysieren Frequenzbereichsmethoden das Systemverhalten durch Untersuchung der Reaktion des Systems auf sinusförmige Eingangssignale verschiedener Frequenzen. Diese Methoden sind effektiv in der Bestimmung der Systemcharakteristika durch die Analyse des Frequenzgangs. Frequenzbereichsmethoden eignen sich besonders gut zur Identifikation von linearen Systemen, da sie eine klare und anschauliche Darstellung der Systemdynamik im Frequenzspektrum ermöglichen [8].

Darüber hinaus gibt es eine dritte Kategorie, die sogenannten gemischten Methoden, die Elemente beider Ansätze kombinieren, um die Vorteile von Zeit- und Frequenzbereichsanalysen zu nutzen. Diese hybriden Ansätze sind oft in der Lage, eine umfassendere Analyse zu bieten, indem sie sowohl die direkte Zeitantwort als auch die frequenzabhängigen Eigenschaften des Systems erfassen [1].

Die in der obigen Diskussion erwähnten Methoden setzen voraus, dass das Ein-/Ausgangsverhalten eines Systems direkt gemessen wird. Bei instabilen Systemen ist dieses Vorgehen jedoch nicht praktikabel. In solchen Fällen ist der Einsatz fortgeschrittener Techniken wie der Closed Loop Identification erforderlich [9]. Bei der Untersuchung von unteraktuierten Systemen ist es zudem entscheidend, sicherzustellen, dass alle Systemzustände vollständig angeregt und analysiert werden.

#### 2.2 Ansätze zur Identifikation nichtlinearer, instabiler Systeme

Die gegenwärtige Forschung im Bereich der Systemidentifikation eröffnet vielfältige Perspektiven auf die Herausforderungen und Methoden zur Analyse dynamischer Systeme, insbesondere auch unter Einsatz künstlicher Intelligenz und Machine Learning [9]. Ein verbreiteter Ansatz ist das Schließen des Regelkreises zur Stabilisierung des Systems. Hier wird zwischen direkten (Auswertung des System-Eingangs und -Ausgangs) und indirekten (Auswertung der Führungsgröße und des System-Ausgangs) Identifikationsmethoden unterschieden. Diese Methoden ermöglichen es sowohl konsistente Modelle zu erstellen als auch mit nicht modellierten Dynamiken (approximative Modellierung) umzugehen [10]. Xavier et al. [11] bieten eine eingehende Übersicht.

In der spezifischen Anwendung auf unteraktuierte Systeme wenden Chawla und Singla [12] adaptive, neuralbasierte Fuzzy-Inferenzsysteme (ANFIS) an. Hierbei wird das Modell eines inversen Pendels aus Eingangs-/Ausgangsdaten der dynamischen Systemantwort generiert. Die Genauigkeit des ANFIS-Modells wird sowohl durch den mittleren quadratischen Fehler als auch durch experimentelle Vergleiche mit realen Systemmodellen bestätigt. Hierbei handelt es sich jedoch um ein nicht physikbasiertes Modell, welches sich nicht für die Behandlung mit typischen regelungstechnischen Methoden eignet.

Durch Chen et al. [13] wird die duale Eingangs-Ausgangs-Parametrisierung (Dual Input-Output Parametrization, dual IOP) eingeführt, ein neues Verfahren zur Identifikation von linearen zeitinvarianten Systemen unter Verwendung von Messdaten des geschlossenen Regelkreises. Die Methode stellt eine Erweiterung der bisherigen Ansätze zur Identifikation im geschlossenen Regelkreis dar und vereinfacht insbesondere die Auslegung des stabilisierenden Reglers. Die Einsetzbarkeit für nichtlineare Systeme wird nicht diskutiert.

Zuletzt befassen sich González et al. [14] mit der Identifikation von instabilen, kontinuierlichen Systemen unter Verwendung verfeinerter Instrumentalvariablenmethoden, insbesondere im geschlossenen Regelkreis. Es wird dargelegt, dass bestehende Ansätze wie die Simplified Refined Instrumental Variable Method (SRIVC) in ihrer herkömmlichen Form nicht zuverlässig sind, wenn es um die Modellierung instabiler Systeme geht. Als Lösung wird eine Anpassung dieser Methoden vorgeschlagen, die die Einführung eines speziell angepassten Allpass-Filters im Vorfilterungsschritt umfasst. Diese modifizierten Methoden erlauben die Identifikation instabiler Systeme und minimieren die Abweichung bei Konvergenz. Die vorgestellte Methode ist jedoch nur für die Anwendung auf lineare Systeme vorgesehen.

### 3 Konzeption des neuen Verfahrens

Um den etablierten modellbasierten Auslegungsprozess durchlaufen zu können und um insbesondere modellintegrierende Reglerverfahren parametrieren und nutzen zu können, bedarf es einer tiefgehenden physikalischen Analyse der Systemzustände und Parameter. Dazu ist es nötig ein physikalisches Modell mit vollständig definierten Parametern der Regelstrecke aufzustellen [15]. Hierzu ist eine Modellbildungsmethode auf Basis von Bilanzgleichungen unter Berücksichtigung von Erhaltungssätzen zu favorisieren. Nach dem Noether-Theorem hat jede kontinuierliche Symmetrie der Wirkung einen Erhaltungssatz zur Folge, und umgekehrt gehört zu jedem Erhaltungssatz eine kontinuierliche Symmetrie der Wirkung. Somit ist die zugrundeliegende Physik fundamental im Modell erfasst und nicht durch Approximation verschleiert. Somit entstehen nicht-lineare Modelle mit vollständig aus der Physik herleitbaren Parametern. Die Identifikation dieser ist wie eingangs erwähnt jedoch aufgrund der Nicht-Linearität und ggf. Zeitvarianz nicht-trivial. Das nachfolgend beschriebene Verfahren, welches grundsätzlich für jede Art von System in jeder Domäne durchführbar ist, beschreibt sequentiell die gezielte Identifikation von Systemparametern anhand eines mechanischen Systems:

#### 3.1 Allgemeine Modellbeschreibung

Auf Basis der Kinematik und Dynamik des jeweiligen zu identifizierenden mechanischen Systems müssen zunächst die Dynamikfunktionen in Form von verkoppelten, nicht-linearen Differentialgleichungen hergeleitet werden. Die nachfolgende Gleichung zeigt das darauf basierende, verallgemeinerte Dynamikmodell [2]:

$$\underline{\underline{M}}\left(\underline{q}\right) \cdot \underline{\ddot{q}} + \underline{\underline{C}}\left(\underline{q}, \underline{\dot{q}}\right) \cdot \underline{\dot{q}} + \underline{\underline{C}}\left(\underline{q}\right) = \underline{\underline{F}}\left(\underline{q}\right) \cdot \underline{\underline{u}} \qquad (1)$$

Die symmetrische Massenmatrix  $\underline{\underline{M}} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  hängt von den einzelnen Massen der starren Körper des Systems und den verallgemeinerten Koordinaten  $\underline{q} \in \mathbb{R}^m$  ab. Der Vektor  $\underline{\underline{C}} \in \mathbb{R}^{m \times m}$  beschreibt die verallgemeinerten Kreiselfkräfte, die aus den Zentrifugal- und Corioliskräften bestehen. Der Vektor  $\underline{G} \in \mathbb{R}^m$  beschreibt die potentielle Energie über die Gravitation. Die eingeprägten Stellgrößen werden mit dem zeitveränderlichen Vektor  $\underline{u} \in \mathbb{R}^n$  gekennzeichnet. Dessen Multiplikation mit der Funktionalmatrix  $\underline{\underline{F}} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  führt zur Momentenmatrix.

#### 3.2 Linearisierung des Modells

Charakteristiken der Systemdynamik aus Gleichung (1) lassen sich besonders gut im Frequenzbereich analysieren. Hierfür wird zunächst ein lineares Modell in verschiedenen Arbeitspunkten benötigt. Hierbei lässt sich beispielsweise eine Taylor-Reihenentwicklung unter Verwendung von Jacobi-Matrizen zu verschiedenen Zeitschritten *i* einsetzen. Das linearisierte Modell am aktuellen Arbeitspunkt ist entsprechend:

$$\begin{split} \Delta \underline{\ddot{q}} = \underbrace{(-\underline{J}_{\underline{\ddot{q}}}(i)^{-1} \cdot \underline{J}_{\underline{a}q}(i)) \cdot \Delta \underline{q} + (-\underline{J}_{\underline{\ddot{q}}}(i)^{-1} \cdot \underline{J}_{\underline{\dot{q}}}(i)) \cdot \Delta \underline{\dot{q}}}_{\text{für } \underline{\underline{A}}_{i} \cdot \underline{x}} \\ + \underbrace{(-\underline{J}_{\underline{\ddot{q}}}(i)^{-1} \cdot \underline{J}_{\underline{a}l}(i)) \cdot \Delta \underline{u}}_{\text{für } \underline{\underline{B}}_{i} \cdot \underline{u}} + \underbrace{(-\underline{J}_{\underline{\ddot{q}}}(i)^{-1}) \cdot f \Big|_{AP_{i}}}_{\text{für } \underline{\underline{E}}_{i} \cdot \underline{z}_{i}} \end{split}$$

Ergebnis ist ein lineares Zustandsraummodell nach Gleichung (2).

#### 3.3 Stabilisierung des Systems

Auf Basis der für den Arbeitspunkt gültigen Zustandsraumdarstellung soll nun das System zumindest um einen engen Gültigkeitsbereich um den Arbeitspunkt *i* mithilfe einer Zustandsrückführung stabilisiert werden. Eine Reglerverstärkung <u>K</u>, die über die Zustandsrückführung den Stellvektor <u>u</u> über das einfache Stellgesetz  $\underline{u}^T = -(\underline{K}^T \cdot \underline{x})^T = -\underline{x}^T \cdot \underline{K}^T$  bildet, ergibt sich aus diversen Ansätzen der Zustandsregelung und muss dabei nicht optimal ausgelegt aber bekannt und konstant sein. Eine Normalisierung der Systemverstärkung sowie die Transformation des Führungsvektors erfolgt über ein Vorfilter <u>N</u>. Es ergibt sich so das Stellgesetz des Reglers zu:

$$\underline{u} = -\underline{\underline{K}}_{i} \cdot \underline{x} + \underline{\underline{N}}_{i} \cdot \underline{w}$$
(3)

Aus Sicht des Sollwerteingangs  $\underline{w}$  reagiert der geschlossene Regelkreis innerhalb der hauptsächlich durch Stellgrößenbeschränkungen definierten physikalischen Grenzen nun wie ein stabiles Mehrgrößensystem. Die Systemgrenzen sind genauso zu prüfen wie die BIBO Stabilität. Dies ist durch eine Betrachtung der Steuerbarkeit gegeben; ist  $(\underline{A}, \underline{B})$  vollständig steuerbar, so kann die Eigendynamik beliebig eingestellt, ergo auch das System stabilisiert werden.

#### 3.4 Übertragungsfunktion und Entkopplung des Systems

Das durch Regelung nun stabilisierte System soll zur Identifikation in den Koordinaten des zu untersuchenden Starrkörpers (BCS) entkoppelt und die unabhängigen Übertragungswege als Übertragungsfunktionen dargestellt werden. So wird ein Zugang zur Hauptdiagonale der Übertragungsmatrix des Gesamtsystems über die Übertragungsfunktionen  $\frac{\partial_x}{\partial_{x_soll}}, \frac{\partial_y}{\partial_{y_soll}}, \frac{\partial_z}{\partial_{z_soll}}$  in den jeweiligen Raumrichtungen (entweder rotatorisch oder translatorisch) geschaffen. Der lineare Ersatzzustandsraum des Systems hat die Stellgrößen  $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ der Aktuatoren als Eingangsvektor  $\underline{u}(t)$ , da die Wirkung der Stellgrößen in dem Streckenmodel bereits in Bezug auf das BCS berücksichtigt sind. Die Übertragungsmatrix  $\underline{G}_{S}(s)$  der Strecke lässt sich aus der Zustandsraumdarstellung gewinnen indem dieser in den Bildbereich transformiert wird.

$$\underline{\underline{G}}_{\mathcal{S}}(s) = \frac{\underline{X}(s)}{\underline{U}(s)} = \left(s \cdot \mathbb{I} - \underline{\underline{A}}\right)^{-1} \cdot \underline{\underline{B}}$$
(4)

Diese Strecke lässt sich nun in die in BCS-Raumrichtung betrachtete Strecke  $\underline{G}_{S_R}$  und eine Transformation der Stellgrößen ins BCS mittels der Transformationsmatrix  $\underline{T}$  unterteilen. In gleicher Weise kann mit dem geschlossenen Regelkreis durch einsetzten des Stellgesetzes  $\underline{u} = -\underline{K} \cdot \underline{x} + \underline{N} \cdot \underline{w}$  in die Zustandsraumdarstellung umgegangen werden. Die Übertragungsmatrix des geschlossenen Regelkreises im Führungsfall wird so zu:

$$\underline{\underline{G}}_{W}(s) = \frac{\underline{X}(s)}{\underline{W}(s)} = \left(s \cdot \mathbb{I} - \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{K}}\right)^{-1} \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{N}}$$
(5)

Der Zustandsregler und der Vorfilter setzen sich ebenfalls aus einem in den Raumrichtungen wirkenden Anteil  $\underline{K}_R$  und  $\underline{N}_R$  und der Transformation der Stellgrößen auf die Aktorpositionen durch die inverse Transformationsmatrix  $\underline{T}^{-1}$  zusammen. Dies lässt sich im Bildbereich durch die Übertragungsmatrizen  $\underline{K}(s)$  und  $\underline{N}(s)$ bzw.  $\underline{K}_R(s) = \underline{T} \cdot \underline{K}(s)$  und  $\underline{N}_R(s) = \underline{T} \cdot \underline{N}(s)$  des Reglers und Vorfilters ausdrücken. Das geregelte System lässt sich zur Betrachtung in den Raumrichtungen umformen [16].

#### 3.5 Identifikation der Systemdynamik im Frequenzbereich

Da das Systemverhalten bisher nur theoretisch aus physikalischer Modellbildung hergeleitet wurde, soll nun durch Frequenzgangmessungen am realen System das Übertragungsverhalten der Strecke identifiziert werden. Weil das zu identifizierende System instabil ist, wird zunächst die Führungsübertragungsfunktion des durch einen linearen Regler stabilisierten Systems identifiziert und daraus das Übertragungsverhalten der ungeregelten Strecke berechnet werden. Da die Berechnung eines Frequenzgangs nur bei linearen Systemen anwendbar ist, wird zur Identifikation das an einem passenden Arbeitspunkt linearisierte Model verwendet. Diese Model soll durch Variation der Parameter an den gemessenen Frequenzgang angepasst werden. Dabei sollen nur so wenig freie Parameter wie möglich verwendet werden. Das Übertragungsverhalten des Reglers und Vorfilters ist bekannt und ergibt sich aus den bei der Messung verwendeten Regelparametern. Die Übertragungsfunktion des Aktors soll zunächst separat durch eine Frequenzgangmessung identifiziert werden, damit sie bei der Identifikation der Führungsübertragungsfunktion als bekannt angenommen werden kann. Die Aktorübertragungsmatrix entspricht dann der Führungsübertragungsmatrix der Stellgrößenregelung im BCS (X- Yund Z-Richtung):

$$\underline{\underline{G}}_{M\_R}(s) = \underline{\underline{T}} \cdot \begin{bmatrix} G_{m1}(s) & 0 & 0\\ 0 & G_{m2}(s) & 0\\ 0 & 0 & G_{m3}(s) \end{bmatrix} \cdot \underline{\underline{T}}^{-1}$$
(6)

Dies führt auf eine weitere Möglichkeit der Darstellung der Übertragungsmatrix im Führungsfall mit den separierten Übertragungsfunktionen im Bezug zum BCS:

$$\underline{\underline{G}}_{W}(s) = \left(\mathbb{I} + \underline{\underline{G}}_{\underline{S}_{\underline{R}}}(s) \cdot \underline{\underline{G}}_{\underline{M}_{\underline{R}}}(s) \cdot \underline{\underline{K}}_{\underline{R}}(s)\right)^{-1} \cdot \underline{\underline{G}}_{\underline{S}_{\underline{R}}}(s) \cdot \underline{\underline{G}}_{\underline{M}}(s) \cdot \underline{\underline{N}}_{\underline{R}}(s)$$
(7)

Setzt man die beiden Führungsübertragungsmatrizen gleich, so kann man also über die Identifikation dieser zunächst durch herausrechnen der bekannten Übertagungsmatrizen des Zustandsreglers und ggf. Vorfilters sowie der im Vorfeld gemessenen und transformierten Übertragungsmatrix des Aktors auf die Übertragungsmatrix der ungeregelten Strecke schließen. Durch Gleichsetzten der Gl. (5) mit Gl. (7) ist es so auch möglich Rückschluss auf die am Arbeitspunkt definierte Dynamikmatrix sowie Eingangsmatrix des Zustandsraum zu ziehen und innerhalb der durch die Systemparameter gebildeten Koeffizienten dieser auch einzelne, unbekannte Parameter der Strecke zu identifizieren.

Da das ungeregelte und somit auch das geregelte System nichtlinear ist, hat die Amplitude der Anregung einen Einfluss auf das Systemverhalten, da diese das Verstärkungs- und Superpositionsprinzip grundsätzlich nicht erfüllen [17]. Es werden daher Frequenzgangmessungen mit verschiedenen Anregungsamplituden durchgeführt, um diesen Einfluss zu untersuchen.

Hierbei sind typische nicht-linearitäten mechanischer Systeme z.B. Reibung in Form von Coulumbscher bzw. Stribeck- Reibung, Kraftübertragungsabriss, Abhängigkeiten von Systemzuständen z.B. vom Gravitationsvektor/Geschwindigkeitsvektor und variable Koeffizienten [18]. Da diese Effekte innerhalb des Frequenzspektrums sowohl von der Anregungsamplitude als auch von der Anregungsfrequenz abhängig sind, muss die Messung in Teilfrequenzbändern durchgeführt und anschließend mithilfe der Bewertung der Kohärenz zu einer Messung zusammengeführt werden.

Grundsätzlich wird die Struktur des physikalischen Modells genutzt um einen Ansatz für den zu erwartenden Frequenzgang unter Nutzung bekannter Parameter simulativ zu generieren. Der simulierte Verlauf des Amplituden- und Phasengangs wird mit dem Verlauf der Messkurve verglichen. Die Differenz aus Simulation und Messung werden als quadratische Fehlerfläche  $\varepsilon$  sowohl der Amplituden- als auch Phasenmesspunkte dargestellt und ergibt sich unter Einbeziehung des kohärenzabhängigen Gewichtungsfaktors  $k_{eval}$ .Das eigentliche Identifizieren der unbekannten Modellparameter erfolgt durch eine über Schätzungen initialisierte Optimierung dieser Fehlerfläche mittels eines modifizierten Downhill-Simplex-Algorithmus nach Nelder und Mead [19].

# 4 Verwendete Prüfstandinfrastruktur

Zur Validierung des vorgestellten Konzepts wurde der in Abbildung 3 dargestellte Prüfstand aufgebaut in welchem der einleitend vorgestellte Funktionsträger S-Mobile unter sicheren und reproduzierbaren Bedingungen getestet werden kann.



Abbildung 3: S-Mobile in Prüfstandsaufbau zur Identifikation.

Das S-Mobile ist in diesem Prüfstand in einem re-

konfigurierbaren Inbetriebnahmegestell gefesselt, welches entweder eine Sperrung oder Begrenzung der Freiheitsgrade des Aufbaus ermöglicht, ohne dabei die Freiheitsgrade der Kugel zu hemmen. Der Versuchsträger ist durch Drahtseile mit einer definierten Länge so fixiert, dass eine Kippbewegung bis zu einem Maximalwinkel zugelassen wird. So kann die Stabilisierung des Aufbaus durch eine translatorische Bewegung des geometrische Zentrums der Kugel bei gleichzeitiger Kippsicherung erfolgen.

## 5 Beispielhafte Anwendung des Verfahrens am S-Mobile

Mittels des im vorherigen Kapitel vorgestellten Prüfstands wurden frequenzabhängige Analysen am Funktionsträger S-Mobile durchgeführt. Dazu wurden Soll-Zustände in Form von periodische Anregungen als Führungsgrößen an den Stabilisierungsregler gegeben. Anschließend wurde die Antwort des geschlossenen Regelkreises, bestehend aus Regler und Strecke sowie Aktuator und Sensorik ausgewertet. Die periodischen Anregungen wurden systemspezifisch ausgewählt um spezifische Nicht-Linearitäten zu berücksichtigen. So hat die Amplitude der Anregung einen Einfluss auf das Systemverhalten. Es werden daher Frequenzgangmessungen mit verschiedenen Anregungsamplituden in einem festen Frequenzbereich durchgeführt, um diesen Einfluss zu untersuchen. Zur Anregung werden Amplituden von  $\hat{\vartheta}_{x-\text{soll}} = 1, 5^{\circ}$  bis  $\hat{\vartheta}_{x-\text{soll}} = 5^{\circ}$  als Chirp-Signale eingespeist.

Abbildung 4 zeigt die aufgenommen Antwortspektren als Frequenzgang im Bode-Diagramm. Hier wurden bereits Messreihen gewählt deren Kohärenz im gesamten Spektrum mindestens 0,7 beträgt. Es ist zu sehen, dass die Kohärenz der Messung ab ca. 20Hz beginnt signifikant schlechter zu werden. Dies ist auf die Datenübertragung mittels CAN-Bussystem sowohl vom RCP-System zu den Aktuatoren als auch von der Sensorik zurückzuführen. So wurden die Ist-Aufbauwinkel von einer Inertialen Messeinheit gemessen und mit einer Zykluszeit von 10ms per CAN übertragen. Dies entspricht einer Abtastfrequenz von 100Hz, wobei sich nach dem WKS-Abtasttheorem [20] theoretisch eine maximale abtastbare Frequenz von 50Hz ergibt. In der Praxis ist das rekonstruierte Signal allerdings schon bei geringeren Frequenzen verzerrt, was in einer geringeren Kohärenz der Signale resultiert. Bei höheren Amplituden konnte der Frequenzgang nur für geringe Fre-



Abbildung 4: gemessene Frequenzgänge bei verschiedenen Amplitudenanregungen, gefiltert nach Kohärenz.

quenzen bestimmt werden, da bei einer Anregung mit einer hohen Frequenz und hohen Amplitude die Räder aufgrund der begrenzten Kraftübertragung durchdrehen und dabei die Kugeloberfläche beschädigen. Die Amplitudengänge liegen für große Anregungsamplituden dicht beieinander, während das System für kleine Anregungen bei niedrigen Frequenzen (<10Hz) eine geringe Verstärkung und zudem eine schlechtere Kohärenz aufweist. Dies ist auf den großen Einfluss der Haftreibungen im System bei so geringen Anregungsamplituden zurückzuführen. Der Phasengang zeigt hingegen für alle Messungen weniger Abweichungen. Die Identifikation der optimalen Parameter erfolgt über die Minimierung des quadratischen Fehlers zwischen einem angenommen Übertragungsglied als Führungsübertragungsfunktion des separierten Übertragungsweges innerhalb der Übertragungsmatrix zu dem gemessenen Frequenzgang. Da sowohl die Übertragungsfunktion des Aktuators als auch die Übertragungsfunktionen des Reglers (und Vorfilters) bekannt sind, kann anhand des berechneten Referenzmodells auf die Struktur des Übertragungsgliedes rückgeschlossen werden. Dies ist ebenso anhand der Beobachtung des gemessen Amplitudenund Phasenabfall abschätzbar.

Zur Identifikation der Parameter muss zunächst die

Streckenübertragungsfunktion  $G_{sx}(s) = \frac{\theta_x(s)}{M_x(s)}$  durch Linearisierung des nichtlinearen Models mit dem Massenträgheitsmoment als freien Parameter gebildet werden. Das Model soll an dem quasistabilen Punkt  $(\vartheta_x = 0, \vartheta_y = 0)$  linearisiert werden, da das System bei der Frequenzgangmessung um diesen Punkt schwingt. Die Winkelgeschwindigkeit wird für die Linearisierung allerdings nicht mit  $\dot{\vartheta}_x = 0$  angenommen, sondern soll der tatsächlichen Winkelgeschwindigkeit bei der Messung allerdings nicht sondern hängt von der Frequenz und Amplitude der Schwingung ab. Bei einer harmonischen Eingangsschwingung  $\vartheta_x(t)$  als Anregungssignal ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit nach folgender Gleichung:

$$\vartheta_{x}(t) = A(\omega) \cdot \hat{\vartheta}_{x-\text{soll}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi(\omega))$$
$$\dot{\vartheta}_{x}(t) = \frac{d\vartheta_{x}(t)}{dt} = A(\omega) \cdot \hat{\vartheta}_{x-\text{soll}} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi(\omega))$$

Für den Nulldurchgang am quasistabilen Punkt um den das System schwingt ( $\vartheta_x(t) = 0$ ), ergibt sich die maximale Winkelgeschwindigkeit:

$$\dot{\vartheta}_{x}(\boldsymbol{\omega}) = A(\boldsymbol{\omega}) \cdot \hat{\vartheta}_{x-\text{soll}} \cdot \boldsymbol{\omega}$$
 (8)

Die folgende Abbildung 5 zeigt die jeweils zum gemessenen Frequenzgang zugehörigen maximalen Winkelgeschwindigkeiten. Diese werden für die Linearisie-



Abbildung 5: Winkelgeschwindigkeit im Nulldurchgang.

rung des Referenzmodells genutzt, um über den in Kapitel 3 dargestellten Weg die Übertragungsmatrix herzuleiten. Aus dieser wiederum ist die Struktur und die Parameterabhängigkeit ersichtlich, die nun nach einem unbekannten Parameter aufgelöst werden kann. Durch Linearisierung des nicht-linearen Models am betrachteten Arbeitspunkt kann z.B. eine vom Massenträgheitsmoment  $\theta_x$  abhängige Streckenübertragungsfunktion hergeleitet werden um dieses als freien Parameter über die quadratische Optimierung zu identifizieren:

$$G_{sx}(s) = \frac{\vartheta_x(s)}{\tau_x(s)} = f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta})$$
(9)

In Kombination mit dem bekannten/identifizierten Aktuator(-system) und den Übertragungsfunktionen des Reglers kann so die Führungsübertragungsfunktion für den gemessenen Freiheitsgrad gebildet werden. Die Übertragungsfunktion der Zustandsrückführung ergibt sich immer als ein PDn-Glied, da der Zustandsregler grundsätzlich alle Minimalkoordinaten und mindestens deren erste Ableitung rückführt [21]. Weiterhin wird dem Übertragungsglied eine Totzeit  $T_t$  beigestellt, die aus dem Datenübertragungsvorgang resultiert.

$$G_{w}(s) = \frac{\vartheta_{x}(s)}{\vartheta_{x-\text{soll}}(s)} = \frac{N_{Rx} \cdot G_{sx}(s) \cdot G_{m}(s)}{1 + G_{sx}(s) \cdot G_{m}(s) \cdot K_{Rx}(s)} \cdot e^{-T_{t} \cdot s}$$

Der Frequenzgang des angesetzten Übertragungsglieds mit freien initialisierten Parametern ist in der folgenden Abbildung 6 in grün dargestellt. Durch die quadra-



Abbildung 6: Identifiziertes Übertragungsglied für den Führungsfall.

tische Optimierung resultiert der rote Verlauf nach Pa-

rameteranpassung. Durch Minimierung des Fehlers des Amplituden- und Phasengangs in Bezug auf die Messung wurden so unbekannte Werte für die freien Parameter des Beispielsystems identifiziert. Ein Abgleich mit den Konstruktionsdaten des Systems bestätigen die Richtigkeit des identifizierten Massenträgheitsmoments  $\theta_x = 20,31$ . Nach dieser Methode ist also eine Identifikation unbekannter Parameter an unteraktuierten, instabilen und nicht-linearen Systemen möglich.

### 6 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde die Identifikation und Regelung von instabilen, unteraktuierten Systemen mit nicht-linearem dynamischen Verhalten diskutiert. Der Schwerpunkt lag auf der Entwicklung und Validierung eines neuen methodischen Vorgehens zur Systemidentifikation. Am Beispiel des S-Mobile, einem innovativen Intralogistiksystem, konnte erfolgreich demonstriert werden, wie durch die Anwendung des neuen Ansatzes die Systemdynamik präzise identifiziert und das System stabilisiert werden kann.

Für zukünftige Arbeiten bietet sich eine weitergehende Untersuchung des Vorgehens an, um eine noch größere Bandbreite an instabilen, unteraktuierten Systemen abdecken zu können. Insbesondere die Einbindung von fortschrittlichen, maschinellen Lernmethoden und Surrogate Modellen [22] könnte die Genauigkeit weiter verbessern und die Adaptivität der Regelungssysteme erhöhen. Zudem wäre die Untersuchung der Übertragbarkeit der entwickelten Methoden auf andere industrielle Anwendungen von großem Interesse, um deren universelle Einsetzbarkeit zu testen.

#### Acknowledgement

Gefördert vom Niedersächsischen Ministerium für Wissenschaft und Kultur unter Fördernummer ZN3495 im Niedersächsischen Vorab der VolkswagenStiftung und betreut vom Zentrum für digitale Innovationen (ZDIN).



#### Referenzen

- Schoukens J, Ljung L. Nonlinear System Identification: A User-Oriented Road Map. *IEEE Control Systems*. 2019;39(6):28–99.
- [2] Liu-Henke X, Göllner M, Tao H. An intelligent control structure for highly dynamic driving of a spherical electrical drive. In: 2017 Twelfth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER). Piscataway, NJ: IEEE. 2017; pp. 1–10.
- [3] Liu-Henke X, Jacobitz S, Göllner M, Scherler S, Yarom OA, Zhang J. A Holistic Methodology for Model-based Design of Mechatronic Systems in Digitized and Connected System Environments. In: *ICSOFT 2021*. [Setúbal, Portugal]: SCITEPRESS - Science and Technology Publications, Lda., 2021. 2021;.
- [4] Gevers M. Identification for Control: From the Early Achievements to the Revival of Experiment Design\*. *European Journal of Control*. 2005;11(4-5):335–352.
- [5] Liu-Henke X. Mechatronische Entwicklung der aktiven Feder-/Neigetechnik für das Schienenfahrzeug RailCab: Zugl.: Paderborn, Univ., Diss., 2005, vol. 589 of Fortschritt-Berichte VDI Reihe 12, Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik. Düsseldorf: VDI-Verl., als ms. gedr ed. 2005.
- [6] Isermann R. *Identifikation dynamischer Systeme*. Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer, 2nd ed. 1992.
- [7] Ljung L. Frequency Domain Versus Time Domain Methods in System Identification – Revisited. In: *Control of uncertain systems: modelling, approximation, and design,* edited by Francis BA, vol. 329 of *Lecture notes in control and information sciences*, pp. 277–291. Berlin and Heidelberg: Springer. 2006;.
- [8] Pintelon R, Schoukens J. System Identification: A Frequency Domain Approach. Wiley. 2012.
- [9] Nelles O. Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks, Fuzzy Models, and Gaussian Processes. Cham: Springer International Publishing, 2nd ed. 2020.
- [10] van den Hof P. Closed-loop issues in system identification. Annual Reviews in Control. 1998; 22:173–186.
- [11] Xavier J, Patnaik SK, Panda RC. Process Modeling, Identification Methods, and Control Schemes for Nonlinear Physical Systems – A Comprehensive Review. *ChemBioEng Reviews*. 2021;8(4):392–412.
- [12] Chawla I, Singla A. ANFIS based system identification of underactuated systems. *International Journal of*

*Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. 2020; 21(7-8):649–660.

- [13] Chen R, Srivastava A, Yin M, Smith RS. Closed-Loop Identification of Stabilized Models Using Dual Input-Output Parameterization.
- [14] González RA, Rojas CR, Pan S, Welsh JS. Refined instrumental variable methods for unstable continuous-time systems in closed-loop. *International Journal of Control.* 2023;96(10):2527–2541.
- [15] Isermann R. Mechatronische Systeme. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2008.
- [16] Liu-Henke X, Scherler S, Göllner M, Maisik J, Fritsch M. Simulationsgestützte Konzeption der Antriebstopologie eines fahrerlosen Transportfahrzeugs. In: *Tagungsband Workshop 2018 ASIM/GI-Fachgruppen*, edited by Loose T, ARGESIM Report, pp. 169–174. Wien: ARGESIM Verlag. 2018;.
- [17] Wittenburg J. *Dynamics of multibody systems*. Berlin and New York: Springer, 2nd ed. 2008.
- [18] Göllner M, Liu-Henke X, Frerichs L. Analyse und Simulation des Kraftübertragungsverhaltens von Mecanum-Rädern. In: *Proceedings ASIM SST 2020*, edited by Deatcu C, Lückerath D, Ullrich O, Durak U, ASIM Mitteilung, pp. 89–98. Wien: ARGESIM. 2020;.
- [19] Isermann R, Münchhof M. Identification of Dynamic Systems. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2011.
- [20] Seibt P. Algorithmic Information Theory: Mathematics of Digital Information Processing. Signals and communication technology. s.l.: Springer-Verlag, 1st ed. 2006.
- [21] Karrenberg U. Signale Prozesse Systeme. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. 2017.
- [22] Göllner M, Yarom OA, Fritz J, Liu-Henke X. Rechenzeitoptimierte Modellierung nicht-linearer physikalischer Prozesse mit Surrogate Modellen zur Anwendung in echtzeitfähigen Optimierungsverfahren. In: Virtueller ASIM Workshop 2021, edited by Liu-Henke X, Durak U, ASIM Mitteilung. Vienna: ARGESIM/ASIM. 2021;.